Артықбаева Жанар Нурланкызы

«8D05401 – Математика» білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін «Шекаралық мүшелері бар өзін-өзі түйіндес дифференциалдық-алгебралық операторлардың спектралдық талдауы» диссертация тақырыбы

АНДАТПА

Зерттеудің өзектілігі және әдеби шолу.

Шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық теңдеулер жүйелерін талдау қазіргі зерттеулерде дифференциалдық және алгебралық әдістердің үйлесімді қолданылуына, сондай-ақ олардың негізгі қасиеттерін зерттеуде операторлық аппаратты пайдалануға негізделеді. Классикалық спектрлік талдау әдістері алгебралық және шекаралық мүшелердің шешімдер құрылымы мен спектрге ықпалын толық ескеруге әрдайым мүмкіндік бермейді. Сондықтан зерттеу тақырыбының өзектілігі шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық операторлардың қасиеттерін тереңірек қарастыру қажеттілігімен анықталады. Бұл мәселелерге олардың өздігінен түйіндес болуы, меншікті және қосалқы функциялар жүйесінің Рисс базистілігі, сондай-ақ резольвентаның аналитикалық қасиеттері жатады. Бұл нәтижелер операторлар теориясын дамыту және математикалық физиканың қолданбалы есептері үшін маңызды.

Дифференциалдық-алгебралық теңдеулер теориясының қарқынды дамуы XX ғасырдың екінші жартысында механика мен электр тізбектерін модельдеу есептерінің ықпалымен басталды.

Қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есептердің жалпы теориясы теориялық тұрғыдан да, практикалық тұрғыдан да маңызды рөл атқарады. Уақыт өте келе практиканың қажеттіліктері бұл теорияны кеңейтіп, дифференциалдық-шекаралық теңдеулер үшін шекаралық есептерді зерттеуді қамтыды. Дифференциалдық-шекаралық теңдеулер саласы XX ғасырдың басынан бүгінгі күнге дейін, әсіресе соңғы жетістіктерге баса назар аудара отырып қарастырылып келеді. Алғашқы зерттеулердің бірі ретінде Э. Хильб 1911 жылы интегралдық шарттары бар дифференциалдық теңдеулерге қатысты түйіндес есептер дифференциалдық шекаралық есептерге келтірілетінін көрсетті. Кейінірек Р. Филлипс ұқсас құбылысты дербес туындылы гиперболалық жүйелер үшін анықтады. Ол дифференциалдық-шекаралық операторларды алғаш

жүйелі түрде зерттеген ғалымдардың бірі болып саналады және минималды-максималды операторлар мен олардың диссипативті кеңейтулерін қарастыру арқылы бұл теңдеулер табиғатын терең түсіндіруге үлес қосты. Нәтижесінде кейбір жағдайларда дифференциалдық операторлар дифференциалдық-шекаралық операторларға өтетіні, яғни олардың құрамында дифференциалдық бөлікпен қатар шекаралық операторлар да болатыны анықталды. Дифференциалдық-алгебралық теңдеулерді зерттеудің өзектілігі олардың қазіргі математикалық модельдеуде кеңінен қолданылуымен тығыз байланысты. Әсіресе күрделі динамикалық жүйелерді сипаттауда дифференциалдық және алгебралық байланыстардың бір мезгілде кездесуі мұндай теңдеулерді терең теориялық тұрғыдан зерттеуді қажет етеді. Сонымен қатар, шекаралық мүшелердің қатысуы операторлардың спектрлік қасиеттеріне елеулі әсер ететіндіктен, олардың құрылымдық ерекшеліктерін анықтау қазіргі функционалдық талдаудың маңызды мәселелерінің бірі болып табылады.

Қазіргі уақытта дифференциалдық-алгебралық операторлардың өздігінен түйіндестігі, спектрінің құрылымы және меншікті функциялар жүйесінің базистік қасиеттері жеткілікті деңгейде толық зерттелмеген. Сондықтан мұндай операторлардың теориясын дамыту әрі олардың аналитикалық сипаттамаларын анықтау математикалық физика есептері мен сандық әдістерді жетілдіру үшін ерекше маңызға ие. Зерттеу тақырыбының өзектілігі дифференциалдық және алгебралық құрамдастардың бір жүйеде бірлесіп қарастырылуының теориялық күрделілігімен байланысты. Мұндай теңдеулер үшін классикалық дифференциалдық операторлар теориясының нәтижелері тікелей қолдануға келмейтіндіктен, олардың операторлық құрылымын жаңа тәсілдер арқылы талдау қажеттілігі туындайды.

Сонымен қатар, шекаралық мүшелердің енгізілуі зерттелетін операторлардың анықталу облысын, спектрінің орналасуын және корневтік жүйелерінің қасиеттерін түбегейлі өзгертеді. Осыған байланысты мұндай операторлардың спектрлік табиғатын жүйелі түрде сипаттау қазіргі операторлар теориясының маңызды бағыттарының бірі болып табылады.

Дифференциалдық-шекаралық есептер таза дифференциалдық теңдеулерге арналған есептер болып табылмайды. Кейбір еңбектерде мұндай теңдеулер дифференциалдық-операторлық теңдеулер класына жатқызылады. Ал белгілі терминологияға сәйкес, дифференциалдық-шекаралық теңдеулер дифференциалдық өрнектермен бірге ізделінетін функцияның шекаралық мәндерін қамтитын өрнектерді де қамтиды. Шекаралық есептер қолданбалы математикада маңызды бағыт болып табылады, және бұл тұжырым дифференциалдық-алгебралық теңдеулер үшін одан да өзекті.

Осы диссертациялық жұмыс күрделі құрылымды дифференциалдық теңдеулер мен операторлар теориясының бірқатар мәселелерін зерттеуге арналған және қазіргі функционалдық талдау тұрғысынан ғылыми қызығушылық тудырады.

Жоғарыда келтірілген мысалдар дифференциалдық-алгебралық теңдеулердің математикалық модельдеу мен қолданбалы есептердің сандық шешімдерінде кең қолданылатынын көрсетеді.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы.

Диссертациялық жұмыста шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық операторлардың спектрлік талдауына қатысты жаңа нәтижелер алынған:

1. Дифференциалдық бөлігі алгебралық және шекаралық мүшелермен толықтырылған операторлар класы қарастырылып, сәйкес өздігінен түйіндес операторларды дұрыс анықтауға мүмкіндік беретін шекаралық есептердің қойылымы ұсынылды.

2. Шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық операторлардың өздігінен түйіндес болу шарттары зерттеліп, шекаралық шарттардың операторлық қасиеттерге елеулі әсер ететіні көрсетілді.

3. Қарастырылған есептер класы үшін мұндай операторларға спектрлік талдау жүргізілді.

4. Меншікті және қосалқы функциялар жүйесінің Рисс базистілігі зерттелді.

5. Резольвентаның көрінісі алынып, оның спектрлік параметрге тәуелді аналитикалық қасиеттері талданды.

Осылайша диссертацияда шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық операторлардың спектрлік талдауына қатысты нәтижелер жүйелендіріліп, дамытылды.

Зерттеу нысаны — шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-алгебралық теңдеулер класы және олардан туындайтын сызықтық операторлар.

Зерттеу пәні — аталған теңдеулердің спектрлік сипаттамалары мен операторлық қасиеттері, оның ішінде өздігінен түйіндес болу шарттары,

анықталу облыстары, меншікті және қосалқы функциялар құрылымы және Рисс базистілігі шарттары.

Зерттеудің мақсаты — алгебралық және шекаралық мүшелері бар дифференциалдық-шекаралық және дифференциалдық-алгебралық теңдеулерді жүйелі түрде зерттеу, сәйкес өздігінен түйіндес операторларды құру және олардың спектрлік қасиеттерін талдау.

Зерттеу міндеттері:

– тиісті теңдеулер үшін дұрыс шекаралық есептерді құру;

– туындайтын операторлардың өздігінен түйіндестігін зерттеу;

– спектрлік талдау жүргізу;

– Рисс базистілігін анықтау;

– резольвентаның аналитикалық қасиеттерін зерттеу.

Нәтижелердің дұрыстығы функционалдық талдау мен сызықтық операторлардың спектрлік теориясының әдістерін жүйелі қолданумен қамтамасыз етілген және рецензияланатын басылымдарда жариялануымен расталған.

Апробация.

Жұмыс нәтижелері халықаралық конференциялар мен ғылыми семинарларда баяндалған.

-“Традиционная международная апрельская научная конференция в честь Казахстанского дня работников науки” (Алматы, 2023),

-“Уфимская осенняя математическая школа—2024” международная конференция, (Уфа, 2024),

-международная научная конференция студентов и молодых ученых “Фараби Алеми” (Алматы, 2024),

-“Актуальные проблемы математики, физики и информационных технологий в образовании” международная научно-практическая конференция (Ош, 2024),

-Seventh International Conference on Analysis and Applied Mathematics (Turkey, 2024),

-International Conference “Actual problems of analysis, differential equations and algebra” (Astana, 2025),

-15th ISAAC Congress (Astana, 2025),

-“Традиционная международная апрельская научная конференция в честь Казахстанского дня работников науки” (Алматы, 2025),

-International Conference FAIA, (Turkey, 2025),

-Международная научная конференция, “Актуальные вопросы междисциплинарных научных исследований”, (Караганда, 2025),

-International Conference AIP, (Рио-де-Жанейро, 2025),

-“9th Young Scholar Symposium of the East Asia Section of Inverse Problems International Association”, (Киото, 2025),

-Trends in Analysis and Differential Equations (Turkestan, 2026).

Жарияланымдар.

Зерттеу нәтижелері бес ғылыми мақалада және он бір тезисте жарияланған, олардың екеуі Scopus деректер базасының Q1 квартиліне кіреді. Бірінші мақаланың процентилі — 81, ал екіншісінікі — 93.

1.Artykbayeva Zh., Kanguzhin B.“Differential–boundary equations with algebraic terms and associated boundary value problems.” *Carpathian Journal of Mathematics.* 41 (4), (2025): 899–912. **(Scopus percentile – 81, quartile – Q1).**

2. Artykbayeva, Zh., Kanguzhin, B. “Self-Adjoint Differential-Algebraic Operators With Boundary Terms.” *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, (2026):1–26. **(Scopus percentile – 93, quartile – Q1).**

3. Artykbayeva, Zh., Kanguzhin, B. “Differential-algebraic equations with boundary terms.” *International Journal of Mathematics and Physics*, *16*(1), (2025): 61-72. **(Scopus percentile – 7, quartile – Q4).**

4. Artykbayeva Zh.N., Mirzakulova A.E., Assilkhan A.A. “Analytical solution of initial value problem for ordinary differential equation with singular perturbation and piecewise constant argument.” *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science* 122, (2). (2024): 1-13. **(Scopus percentile – 18, quartile – Q4).**

5.Artykbayeva Zh.N., Mirzakulova A.E. “Long-term analysis of solutions with initial jumps in singularly perturbed equations.” *International Journal of Mathematics and Physics* 15, (2). (2024): 110-118. **(Scopus percentile – 7, quartile – Q4).**